## 基础课48 抛物线

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 抛物线的焦点到其准线的距离为（ C ）.

A. B. C. 2 D. 4

[解析]由抛物线，得，则，所以，

所以抛物线 的焦点到其准线的距离为2.故选.

2. 若抛物线上一点到其准线的距离为3，则抛物线的标准方程为（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]点 到其准线的距离为，则，故抛物线的标准方程为.故选.

3. 设抛物线的焦点为，点在上，，若，则（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]由题意可知，，所以.

因为抛物线 的通径长，

所以 轴，所以.故选.

4. 若抛物线上任意一点到焦点的距离恒大于1，则的取值范围是（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]设 为抛物线上的任意一点，则点 到焦点的距离等于其到准线 的距离，显然当 为抛物线的顶点时，点 到准线的距离取得最小值，最小值为，所以，解得.故选.

5. 已知为抛物线的焦点,点在上,,若,则的面积为（ B ）.

A. B. C. 4 D. 8

[解析]因为抛物线,所以,准线为.

因为,所以,设,由抛物线的定义可知,解得,

所以 或,所以.故选.

6. （改编）已知点在抛物线上，则的最小值是（ B ）.

A. 2 B. 3 C. 4 D. 0

[解析]因为点 在抛物线 上，所以，

因为，所以当 时，取得最小值，最小值为3.故选.

7. [2024·上饶模拟]已知是抛物线上的一点，，是抛物线的焦点，且，则的值为（ D ）.

A. 1 B. 2 C. D.

[解析]易知,，设,，则,,,,

所以由 可得 解得

又，所以.故选.

8. （改编）已知抛物线的焦点为，抛物线上有一动点，且，则的最小值为（ A ）.

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

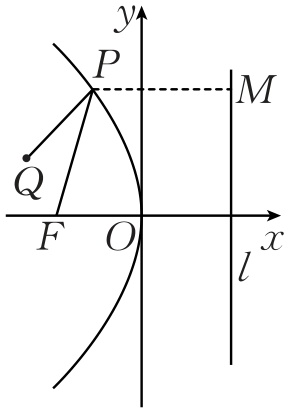
[解析]由题意可知，抛物线 的焦点为，准线 的方程为，

如图，过点 作 于点，

由抛物线的定义可知，所以，

则当,,三点共线时，取得最小值，且最小值为，

所以 的最小值为7.故选.



#### 综合提升练

9. （多选题）已知抛物线的焦点为，为上任意一点，，则下列结论错误的是（ AB ）.

A. 的最小值为2

B. 抛物线关于轴对称

C. 过点与抛物线有一个公共点的直线有且只有一条

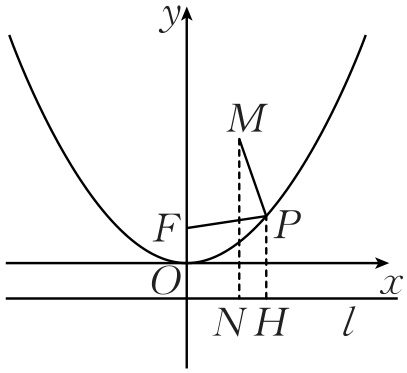
D. 点到点的距离与到焦点的距离之和的最小值为4

[解析]设，则，，抛物线 的焦点为.

对于，由题意可知，当 时，等号成立，所以 的最小值为1，错误；

对于，因为抛物线 的焦点在 轴上，所以抛物线 关于 轴对称，错误；

对于，由题意知点 在抛物线 的内部（含有焦点的部分），因此过点 且与对称轴平行的直线与抛物线 只有一个公共点，其他过点 的直线与抛物线都有两个公共点，正确；



对于，记抛物线的准线为，准线方程为，过点 作 于点，过点 作 于点，如图，则，，

所以当,,三点共线，即点 与点 重合时，取得最小值，最小值为，正确.故选.

10. [2024·承德模拟]（多选题）已知为坐标原点，为抛物线的焦点，的准线与轴的交点为，过点的直线与交于，两点，与的准线交于点，直线的倾斜角 ，且点在第一象限，则下列说法正确的是（ ACD ）.

A. 为定值 B. 为定值

C. 若为的中点，则 D. 若为的中点，则

[解析]由题意可知抛物线，,设直线 的方程为，，则，,，

联立直线 与抛物线 的方程并消去 得，,

所以,,则，，

由,，得，正确；

由,，得，错误；

若 为 的中点，则 可得 故,解得,

又，则，所以，正确；

若 为 的中点，则 可得

所以 可得

此时，正确.故选.

11. 已知椭圆与抛物线交于,两点，为坐标原点，若的外接圆经过点，则  .

[解析]设，则，.

由题意知，,,,四点共圆，

由椭圆和抛物线的对称性，知 的外接圆的圆心必在 轴上.

设直线 与 轴相交于点，则，且 为圆心，

在圆 中，，

即，又，

所以，解得， ①

代入，得， ②

将①②代入椭圆方程，得，

整理得，解得.

经检验，符合题意.

故实数 的值为.

12. （改编）已知抛物线的焦点为，准线交轴于点，过焦点的直线与抛物线交于，两点，则直线与的斜率之和为0.

[解析]由准线 交 轴于点，

得，即，则抛物线 的方程为.

由题意知，直线 的斜率不为0，所以设直线 的方程为，代入抛物线 的方程可得，

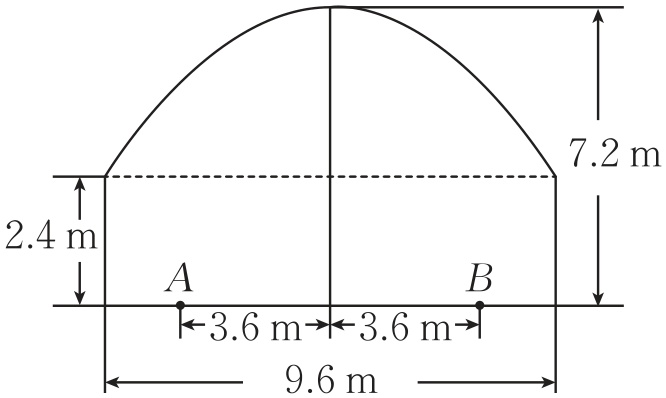
设,，则,，

所以

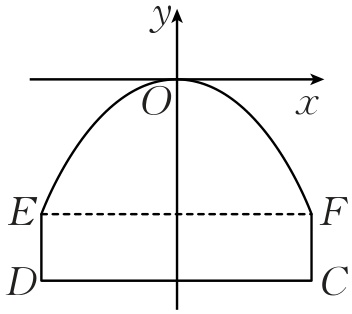
.

#### 应用情境练

13. 某隧道内设双行线公路，其截面由一长方形和抛物线构成，各数据如图所示.为了保证安全，要求行驶车辆顶部（设为平顶）与隧道顶部在竖直方向上的高度之差至少为，若行车道总宽度为，则车辆通过隧道时的限制高度为3.8.



[解析]由题意，建立如图所示的平面直角坐标系,



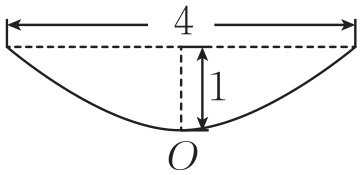
则，，，，

设抛物线的方程为，将点 代入，可得，解得，

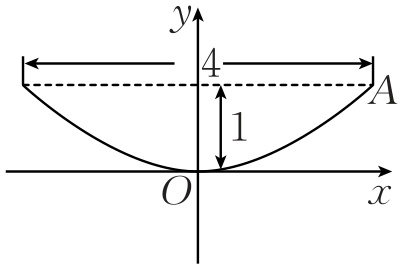
故抛物线的方程为，

将 代入抛物线方程，可得，，所以车辆通过隧道时的限制高度为.

14. 某校科技小组制作了一个模型，观测时呈口径为4米，高为1米的抛物面，则其轴截面所在的抛物线（如图）的顶点到焦点的距离为1.



[解析]如图，以抛物线的顶点为原点，对称轴为 轴，建立平面直角坐标系，



则设抛物线的方程为,，

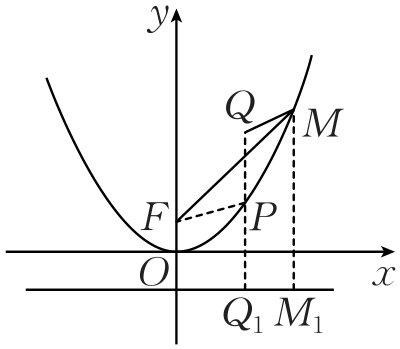
由题意可得抛物线上一点为，代入抛物线的方程可得，所以，

即抛物线的方程为，则抛物线的焦点坐标为，故顶点到焦点的距离为1.

#### 创新拓展练

15. （双空题）已知抛物线的焦点为，为内的一点，为上的任意一点，且的最小值为4，则2；若直线过点，与抛物线交于，两点，且为线段的中点，为坐标原点，则的面积为  .

[解析]如图，过点 作 垂直准线于点，由抛物线的定义可知，所以.



过点 作 垂直准线于点，交抛物线 于点，

所以，

所以当点 在点 处时，,取得最小值，

此时，解得，

所以抛物线 的标准方程为.

设，，则

两式相减得，

即.

因为 为线段 的中点，所以，所以直线 的斜率，所以直线 的方程为，即.

联立 消去 得，

所以，，

所以弦长.

又点 到直线 的距离，

所以.

16. 已知抛物线,为其焦点，点在上，且（为坐标原点）.

（1）求抛物线的方程.

（2）若,是上异于点的两个动点，当 时，过点作，垂足为,问平面内是否存在一个定点，使得为定值？若存在，请求出定点的坐标及的值；若不存在，请说明理由.

[解析]（1）因为点 在抛物线 上，所以，又，所以，

所以，所以，故抛物线 的方程为.

（2）设,,，不妨设，

因为 ，所以，解得.

①当 与 轴不垂直时，,，

此时直线 的方程为，

整理得.

因为，所以直线 的方程为，则直线 恒过点.

由，即，故点 在以 为直径的圆上，该圆的方程为，

即当 为该圆圆心 时，,为定值.

②当 轴时，，此时，而，

故,

当 时，也满足.

综上，平面内存在一个定点，使得 为定值4.